

## ANALYSE DES CONTRAINTES D'INTERFACE DANS LES POUTRES EN BÉTON ARMÉ ENDOMMAGÉES RENFORCÉES PAR COLLAGE DE PLAQUES EN MATÉRIAUX COMPOSITES

T. HASSAINE DAOUADJI<sup>1,2</sup>, M. AIT AMAR<sup>1,2</sup>,  
M. AMEUR<sup>1,2</sup>, A. TOUNSI<sup>2,3</sup>, E.A. ADDA BEDIA<sup>2,3</sup>,

<sup>(1)</sup> Département de Génie Civil, Université de TIARET, Algérie, email: daouadjitah@yahoo.fr

<sup>(2)</sup> Département de Génie Civil, Université de SIDI BELABES, Algérie

<sup>(3)</sup> Laboratoire matériaux et hydrologie, UDL SIDI BELABES, Algérie

### RÉSUMÉ

*Le renforcement à l'aide de matériaux composites des éléments structuraux ayant perdu une partie de leur capacité portante est un procédé intéressant car il permet de rétablir la résistance des poutres et des colonnes. Cependant, un problème important est associé au renforcement en flexion des poutres en béton armé : le décollement de la plaque de renforcement. En effet, depuis que la réhabilitation par les matériaux composites a été mise en œuvre, de nombreux essais en laboratoire ont permis de conclure que le délaminage de la plaque de renforcement est le mode de rupture le plus fréquent dû à une concentration des contraintes au bord de la plaque de renforcement (Effet de bord). La présente étude propose d'analyser ces contraintes par l'élaboration d'un modèle permettant d'analyser une poutre en béton endommagée et chargée en flexion.*

**MOTS-CLÉS :** *Matériaux composites - Poutre en Béton endommagée - Renforcement - Contraintes d'interface.*

### ABSTRACT

*This paper presents a careful theoretical investigation into interfacial stresses in damaged RC beams strengthened with externally bonded FRP plate. The model is based on equilibrium and deformations compatibility requirements in and all parts of the strengthened beam, i.e., the damaged concrete beam, the FRP plate and the adhesive layer. The theoretical predictions are compared with other existing solutions. This research is helpful for the understanding on mechanical behaviour of the interface and design of the FRP - damaged RC hybrid structures.*

**KEY-WORDS :** *Composite materials, Damaged concrete beam Strengthening, Interfacial stresses.*

**1. Introduction**

Parmi les nouvelles techniques de construction, la réhabilitation des ouvrages existants au moyen des matériaux composites se présente comme une solution efficace pour parer certains phénomènes naturels. Nous avons visé comme objectif l'étude du phénomène de décollement de la plaque composite FRP [3, 4, 12, 16], en raison des contraintes d'interface élevées à la proximité du bord de la plaque collée dans une poutre en béton armé endommagée renforcée en flexion par des matériaux composites [2, 12]. Ces dernières années, plusieurs travaux de recherche ont été effectués sur la méthode de réhabilitation, Roberts [6], Roberts et Haji - Kazemi [7], Sharif et al. [8], Shen et Teng [9], Malek et al. [5], Smith et Teng [10], Tounsi [13], Tounsi et al. [14], Benyoucef et al. [1]. Dans la présente recherche, nous avons montré l'influence de l'endommagement d'une poutre en béton armé sur l'évolution des contraintes d'interface composite / béton. Une méthode améliorée pour le calcul des contraintes d'interface a été développée. La nature anisotropique des matériaux composites a été prise en compte dans l'analyse théorique en supposant une répartition linéaire des contraintes à travers l'épaisseur de la couche d'adhésif. Nous avons remarqué, à travers les résultats obtenus, que les contraintes d'interface maximales calculées par la présente méthode coïncident parfaitement avec ceux issus de la littérature.

**2. Analyse théorique**

L'introduction des paramètres d'endommagement est effectuée en utilisant le modèle d'endommagement anisotropique [17] proposé par Voyiadjis et Kattan [15] dans lequel la configuration de l'énergie élastique de l'état déformé et endommagé est équivalente à la configuration de l'énergie élastique de l'état déformé et non endommagé.

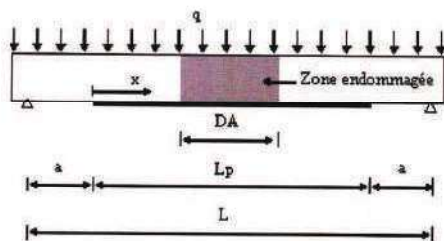


Figure 1 : Poutre endommagée renforcée par une plaque en matériaux composites

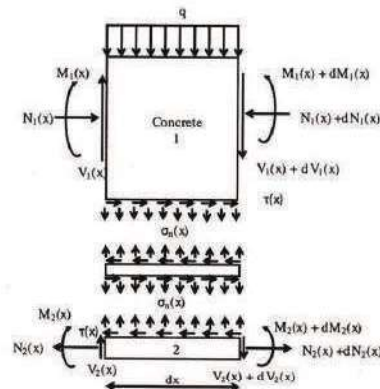


Figure 2 : Un segment différentiel de la poutre renforcée

En se basant sur cette supposition, les relations entre les constantes élastiques de l'état endommagé et l'état non endommagé s'écrivent comme suit :

$$\bar{E}_1 = E_1 (1 - \varphi_{11})^2 \quad \bar{E}_2 = E_2 (1 - \varphi_{22})^2 \quad (1)$$

$$\bar{G}_1 = 4 \left( \frac{(1 - \varphi_{11})(1 - \varphi_{22})}{(1 - \varphi_{11}) + (1 - \varphi_{22})} \right)^2 G_1 \quad (2)$$

Où  $\bar{E}_1$ ,  $\bar{G}_1$ ,  $\bar{E}_2$  et  $E_2$  sont les constantes élastiques de l'état endommagé et non endommagé respectivement;  $\varphi_{11}$  et  $\varphi_{22}$  sont les variables d'endommagement qui peuvent être déterminées en utilisant la loi d'endommagement proposée par Yu et al. :

$$\varphi_{22} = \frac{1}{2N_c + 1} \left[ \frac{\epsilon_2}{\epsilon_f^c} \right]^{N_c}, \quad \varphi_{11} = H \varphi_{22} \quad (H > 1), \quad N_c = \frac{\sqrt{E_f^c}}{2\sqrt{E_c} - \sqrt{E_f^c}} \quad (3)$$

$E_f^c$  : module élastique tangentiel quand la contrainte atteint son pic;

$E_c$  : module élastique initial;

$\epsilon_f^c$  : déformation du béton au moment de la rupture;

$\epsilon_2$  : déformation actuelle du béton;

$H$  : constante déterminée à partir des expériences.

Par exemple, pour un module élastique du béton  $E_1 = 49490 \text{ MPa}$ , on a  $N_c = 3.65$  et  $H = 3$  (Shen et al. ),  $\nu = 0.20$ ,

$$\varphi_{22} = 0.12048 \left[ \frac{\epsilon_2}{\epsilon_f^c} \right]^{3.65}$$

Un élément  $dx$  de la poutre renforcée (Fig. 1) et représenté dans la Fig. 2 montre d'une part, les contraintes de cisaillement et les contraintes normales d'interface; d'autre part, elle indique la convention de signe utilisée pour le moment de flexion, l'effort tranchant, l'effort normal et le chargement appliqué. Dans la présente analyse, un comportement élastique linéaire est supposé pour les trois matériaux (le béton,



l'adhésif et la plaque composite). La couche d'adhésif est supposée jouer un rôle de transfert des contraintes du béton à la plaque composite avec des contraintes constantes à travers toute son épaisseur.

Dans la présente analyse, et en vue de la détermination des contraintes d'interface au niveau de la couche d'adhésif, le modèle théorique développé est basé sur les hypothèses suivantes :

- la poutre en béton armé, la couche d'adhésif et la plaque composite ont un comportement élastique linéaire;
- les contraintes au niveau de la couche d'adhésif sont constantes à travers l'épaisseur de cette couche;
- la poutre est parfaitement collée avec la plaque composite;
- l'adhésif a pour rôle le transfert des contraintes de la poutre au composite.

Les déformations des adhérents 1 et 2 sont dues aux moments de flexion et aux efforts normaux.

### 3. Equations d'élasticité

La déformation  $\epsilon_1(x)$  dans le béton au voisinage de la couche d'adhésif peut être exprimée par :

$$\epsilon_1(x) = \frac{du_1(x)}{dx} = \frac{eM_1(x)}{E_1 I_1} - \frac{N_1(x)}{E_1 A_1} \quad (4)$$

En se basant sur la théorie des plaques stratifiées, la déformation  $\epsilon_2(x)$  de la plaque composite au voisinage de la couche d'adhésif est donnée par :

$$\epsilon_2(x) = \frac{du_2}{dx} = -D_2' \frac{1}{2b_2} M_2(x) + A_2' \frac{N_2(x)}{b_2} \quad (5)$$

Où  $u_1(x)$  et  $u_2(x)$  sont les déplacements horizontaux de la poutre en béton et la plaque composite respectivement.  $M_1(x)$  et  $M_2(x)$  sont respectivement les moments de flexion appliqués à la poutre en béton et à la plaque composite;  $E_1$  est le module de Young du béton;  $I_1$  le moment d'inertie,  $e$  est la distance entre l'axe neutre et la fibre inférieure du béton;  $N_1$  et  $N_2$  sont les forces axiales appliquées au béton et à la plaque composite respectivement;  $b_2$  et  $t_2$  sont la largeur et l'épaisseur de la plaque de renforcement;  $[A] = [A^{-1}]$  est l'inverse de la matrice de membrane  $[A]$ ;  $[D] = [D^{-1}]$  est l'inverse de la matrice de flexion.

En écrivant les conditions d'équilibre de l'adhérent 1 (béton), nous aurons :

dans la direction  $x$  :

$$\frac{dN_1(x)}{dx} = \tau(x)b_2 \quad (6)$$

où  $\tau(x)$  est la contrainte de cisaillement dans la couche d'adhésif.

Dans la direction  $y$  :

$$\frac{dV_1(x)}{dx} = -[\sigma_n(x)b_2 + qb_1] \quad (7)$$

où  $V_1(x)$  est l'effort tranchant de la poutre en béton,  $\sigma_n(x)$  est la contrainte normale au niveau de la couche d'adhésif,  $q$  est la charge répartie et  $b_1$  la largeur de la poutre en béton.

Le moment d'équilibre est :

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) - \tau(x)b_2e \quad (8)$$

L'équilibre de la plaque de renforcement dans les directions  $x$  et  $y$  ainsi que le moment d'équilibre s'écrivent comme suit :

dans la direction  $x$  :

$$\frac{dN_2(x)}{dx} = \tau(x)b_2 \quad (9)$$

dans la direction  $y$  :

$$\frac{dV_2(x)}{dx} = \sigma_n(x)b_2 \quad (10)$$

Le moment d'équilibre est :

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) - \tau(x)b_2 \frac{t_2}{2} \quad (11)$$

où  $V_2(x)$  est l'effort tranchant de la plaque de renforcement.

### 4. Distribution des contraintes de cisaillement dans l'interface composite - béton

La contrainte de cisaillement au niveau de la couche d'adhésif peut être exprimée comme suit :

$$\tau(x) = K_s \Delta u(x) = K_s [u_2(x) - u_1(x)] \quad (12)$$

où  $K_s$  est la rigidité au cisaillement de la couche d'adhésif par unité de longueur. A partir de l'équation (8), on peut déduire l'expression de  $K_s$ , qui est donnée par :

$$K_s = \frac{\tau(x)}{\Delta u(x)} = \frac{\tau(x)}{\Delta u(x)/t_a} = \frac{G_a}{t_a} \quad (13)$$

$\Delta u(x)$  est le déplacement relatif à l'interface de l'adhésif,  $G_a$  et  $t_a$  sont respectivement le module et l'épaisseur de la couche d'adhésif.

En différenciant les équations (12), (4) et (5) par rapport à  $x$ , nous aurons :

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = K_s \left[ A_2' \frac{N_2(x)}{b_2} - D_2' \frac{1}{2b_2} M_2(x) + \frac{N_2(x)}{E_2 A_2} - \frac{eM_1(x)}{E_1 I_1} \right] \quad (14)$$

$$M_1(x) = AM_2(x) \quad (15)$$

avec:

$$R = \frac{E_1 I_1 D_{11}}{b_2} \quad (16)$$

Le moment total d'équilibre de l'élément différentiel de la figure 2 est donné par:

$$M_T(x) = M_1(x) + M_2(x) + N(x) \left( e + t_c + \frac{t_s}{2} \right) \quad (17)$$

$M_T(x)$  est le moment total et  $N(x)$  est donné par l'expression suivante:

$$N(x) = N_1(x) = N_2(x) = b_2 \int_0^x r(x) dx \quad (18)$$

Le moment de flexion de la poutre renforcée exprimé en fonction du moment total appliqué et des contraintes de cisaillement d'interface est donné par:

$$M_1(x) = \frac{R}{R+1} \left[ M_T(x) - b_2 \int_0^x r(x) \left( e + t_c + \frac{t_s}{2} \right) dx \right] \quad (19)$$

$$M_2(x) = \frac{1}{R+1} \left[ M_T(x) - b_2 \int_0^x r(x) \left( e + t_c + \frac{t_s}{2} \right) dx \right] \quad (20)$$

La première dérivée des équations (19) et (20) s'écrit:

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = \frac{R}{R+1} \left[ V_T(x) - b_2 r(x) \left( e + t_c + \frac{t_s}{2} \right) \right] \quad (21)$$

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = \frac{1}{R+1} \left[ V_T(x) - b_2 r(x) \left( e + t_c + \frac{t_s}{2} \right) \right] \quad (22)$$

En différenciant l'équation (14) nous aurons:

$$\frac{d^2 r(x)}{dx^2} = K_1 \left( \frac{1}{b_2} \frac{dM_1(x)}{dx} - \frac{1}{b_2} \frac{dM_2(x)}{dx} \right) = \frac{K_1}{R} \left[ \frac{dM_1(x)}{dx} - \frac{dM_2(x)}{dx} \right] \quad (23)$$

La substitution de l'effort tranchant (équation 22) et l'effort normal (équation 18) dans l'équation (23) nous permet d'obtenir l'équation différentielle des contraintes d'interface de cisaillement:

$$\frac{d^2 r(x)}{dx^2} = K_1 \left( \frac{1}{b_2} \frac{dM_1(x)}{dx} - \frac{1}{b_2} \frac{dM_2(x)}{dx} \right) = \frac{K_1}{R} \left[ \frac{dM_1(x)}{dx} - \frac{dM_2(x)}{dx} \right] \quad (24)$$

La solution présentée ci-dessus est limitée pour un chargement uniformément réparti pour lequel  $d^2 V_T(x)/dx^2 = 0$ , et la solution générale de l'équation (24) est donnée par l'équation (25):

$$r(x) = \delta \cosh(\lambda x) + \beta_2 \sinh(\lambda x) + m_1 \left( \frac{L}{2} - x - a \right) \quad (25)$$

où:

$$\lambda^2 = K_1 \left[ \frac{1}{b_2} \frac{dM_1(x)}{dx} - \frac{1}{b_2} \frac{dM_2(x)}{dx} \right] = \frac{K_1}{R} \left[ \frac{dM_1(x)}{dx} - \frac{dM_2(x)}{dx} \right] \quad (26)$$

et:

$$m_1 = \frac{K_1}{\lambda^2} \left[ \frac{1}{b_2} \frac{dM_1(x)}{dx} - \frac{1}{b_2} \frac{dM_2(x)}{dx} \right] \quad (27)$$

$B_1$  et  $B_2$  sont des constantes d'intégration déterminées à partir des conditions aux limites. Dans la présente étude, une poutre simplement appuyée sollicitée par une charge uniformément répartie est analysée.

Pour la première condition:  $x = 0$

$$M_2(0) = 0 \text{ et } [N_1(0) = N_2(0)] = 0 \quad (28)$$

$$M_1(0) = M_T(0) = \frac{q a^2}{2} (L - a)$$

$$\frac{dV_T(x=0)}{dx} = -m_2 M_T(0) \quad m_2 = \frac{e K_1}{E_1 I_1} \quad (29)$$

par substitution de l'équation (25) dans (29),  $B_2$  sera égal à:

$$B_2 = -\frac{q a^2 m_2}{2 \lambda} (L - a) + \frac{m_1}{\lambda} q \quad (30)$$

à partir de la deuxième condition, on peut déterminer l'expression de  $B_1$ :

$$B_1 = \frac{q a m_2}{2 \lambda} (L - a) \tanh\left(\frac{\lambda L}{2}\right) - \frac{q a m_1}{\lambda} \tanh\left(\frac{\lambda L}{2}\right) \quad (31)$$

pour  $\frac{\lambda L}{2} > 10$  on a  $\tanh\left(\frac{\lambda L}{2}\right) = 1$ .

Donc l'expression de  $B_1$  sera donnée par la formule simplifiée suivante:

$$B_1 = \frac{q a m_2}{2 \lambda} (L - a) - \frac{q a m_1}{\lambda} = -B_2 \quad (32)$$

La contrainte d'interface de cisaillement pour ce cas de chargement s'écrit donc sous la forme suivante:

$$r(x) = \left[ \frac{m_2 q}{2} (L - a) - m_1 \right] \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} + m_1 \left( \frac{L}{2} - x - a \right) \quad (33)$$

$$0 \leq x \leq L_p$$

où  $q$  est la charge uniformément répartie et  $x$ ,  $a$ ,  $L$  et  $L_p$  sont définies par la figure 1.

## 5. Distribution des contraintes normales dans l'interface composite - béton

La contrainte normale au niveau de la couche d'adhésif peut être exprimée comme suit:

$$\sigma_n(x) = K_n \Delta w(x) = K_n [w_2(x) - w_1(x)] \quad (34)$$

$K_n$  est la rigidité normale de la couche d'adhésif par unité de longueur qui est donnée par:

$$K_n = \frac{\sigma_n(x)}{\Delta w(x)} = \frac{\sigma_n(x)}{\Delta u(x) / t_c} \left( \frac{1}{t_s} \right) = \frac{E_a}{t_c} \quad (35)$$

$w_2(x)$  et  $w_1(x)$  sont respectivement les déplacements verticaux des adhérents 1 et 2.

En différenciant l'équation (34) deux fois, nous aurons:

$$\frac{d^2 \sigma_n(x)}{dx^2} = K_n \left[ \frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} - \frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} \right] \quad (36)$$



En écrivant l'équation de la ligne élastique pour la poutre à renforcée et pour la plaque de renforcement, nous aurons :

$$\frac{d^4 w_1(x)}{dx^4} = \frac{M_1(x)}{E_1 I_1}, \quad \frac{d^4 w_2(x)}{dx^4} = \frac{D_1 M_2(x)}{b_2} \quad (37)$$

En se basant sur les équations d'équilibre (8) à (11), les équations différentielles d'équilibre des adhérents 1 et 2 exprimées en fonction des contraintes de cisaillement et des contraintes normales sont données comme suit :

Adhérent 1 :

$$\frac{d^2 \sigma_1(x)}{dx^2} = \frac{1}{E_1 t_1} h_2 \sigma_2(x) + \frac{e}{E_1 t_1} h_2 \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q}{E_1 t_1} \quad (38)$$

Adhérent 2 :

$$\frac{d^2 \sigma_2(x)}{dx^2} = -D_1 \sigma_1(x) + D_1 \frac{t_2}{2} \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (39)$$

En substituant les équations (38) et (39) dans la quatrième dérivée des contraintes normales d'interface obtenues à partir de l'équation (34), nous aurons l'équation différentielle des contraintes normales d'interface :

$$\frac{d^4 \sigma_1(x)}{dx^4} + \alpha_1 \left( D_1 + \frac{h_2}{E_1 t_1} \right) \sigma_1(x) - \alpha_1 \left( D_1 \frac{t_2}{2} + \frac{e h_2}{E_1 t_1} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q \alpha_1}{E_1 t_1} = 0 \quad (40)$$

La solution générale de cette équation est donnée par (25) :

$$\sigma_1(x) = e^{-\alpha_1 x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] + e^{\alpha_1 x} [C_3 \cos(\beta x) + C_4 \sin(\beta x)] - \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{q}{\alpha_1} \quad (41)$$

Pour des grandes valeurs de  $\alpha_1 x$ , il est supposé que les contraintes normales deviennent nulles, et par conséquent  $C_3 = C_4 = 0$  d'où la solution générale qui prendra la forme suivante (25) :

$$\sigma_1(x) = e^{-\alpha_1 x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] - \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{q}{\alpha_1} \quad (42)$$

où :

$$\beta = \sqrt{\frac{K_2}{4} \left( \frac{h_2}{E_1 t_1} + D_1 \right)} \quad (43)$$

et

$$\alpha_1 = \left( \frac{e h_2 - D_1 E_1 t_1 \frac{t_2}{2}}{D_1 E_1 t_1 + b_2} \right) \text{ et } \alpha_2 = \frac{1}{D_1 E_1 t_1 + b_2} \quad (44)$$

Les constantes d'intégration  $C_1$  et  $C_2$  sont données par les expressions suivantes :

$$C_1 = \frac{K_2}{2\beta^2 E_1 t_1} [r_1 \cos(\beta l) + \beta r_1 \sin(\beta l) - \frac{n_1}{2\beta^2} \cos(\beta l) + \frac{n_1}{2\beta^2} \left( \frac{d^2 \tau(0)}{dx^2} + \beta \frac{d^2 r(0)}{dx^2} \right)] \quad (45)$$

$$C_2 = -\frac{K_2}{2\beta^2 E_1 t_1} M_1 [0] - \frac{n_1}{2\beta^2} \frac{d^2 \tau(0)}{dx^2} \quad (46)$$

$$n_1 = h_2 K_2 \left( \frac{e}{E_1 t_1} - \frac{D_1 t_2}{2b_2} \right) \quad (47)$$

## 6. Vérification de la méthode avec les solutions analytiques

La présente méthode a été validée en comparant les résultats des contraintes d'interface avec ceux obtenus à partir des solutions analytiques telles que la méthode de Roberts et Haji Kazemi, Smith et Teng et Roberts. Une poutre en béton endommagée simplement appuyée renforcée par des plaques en matériaux composites types CFRP est analysée. Les caractéristiques physiques et les propriétés mécaniques des matériaux utilisés sont rapportées dans le tableau 3.

Les résultats obtenus à partir des solutions analytiques coïncident avec ceux issus de la présente méthode comme c'est illustré dans la Fig. 3.

Nous remarquons que les déformations de flexion dans la plaque de renforcement ont un faible effet sur la distribution des contraintes d'interface.

Matériau	$E_c$ (GPa)	$E_f$ (GPa)	$G_f$ (GPa)	$\nu_f$	Longueur (mm)	Épaisseur (mm)
Béton	30	16	7	0,2	3000	10
CFRP	140	16	7	0,28	3000	1,4
CFRP	91	16	7	0,28	3000	1,4
Adhésif	1	1	7	0,2	3000	1,2

Tableau 3 : Propriétés des matériaux utilisés

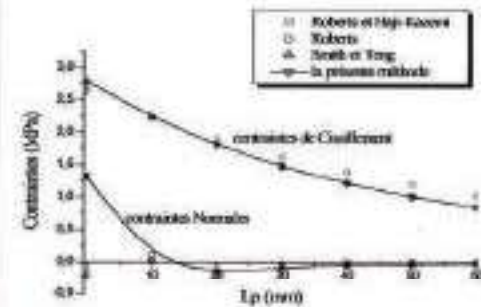


Figure 3 : Comparaison des contraintes d'interface pour une poutre en béton armé renforcée en flexion par des plaques en CFRP (D16) uniformément chargée

## 7. Etude paramétrique

On s'intéresse dans ce paragraphe à l'étude de l'effet des différents paramètres sur la distribution des contraintes d'interface dans une poutre en béton endommagée renforcée par des plaques en matériaux composites. L'état endommagé est obtenu par l'introduction de la variable d'endommagement  $\Phi_1$  de la même manière que celle décrite par Shen et al.

### 7.1. Effet de l'endommagement sur les contraintes d'interface maximales

Dans les Figures 4 et 5, on présente l'effet de la zone d'endommagement sur les contraintes maximales.

Ces figures montrent que l'augmentation de la valeur de la variable d'endommagement  $\phi_1$  de 0 à 0,375 est accompagnée par une lente augmentation des contraintes d'interface. Cependant, une fois l'intervalle précité est dépassé, ces contraintes augmentent rapidement et cela peut être justifié comme suit : l'accroissement de la variable d'endommagement  $\phi_1$  engendre une réduction considérable du module de Young du béton endommagé du fait que ces derniers sont reliés par l'équation (1) et cela justifie l'augmentation des valeurs des contraintes d'interface pour les différents renforts utilisés vu la mauvaise résistance du béton.

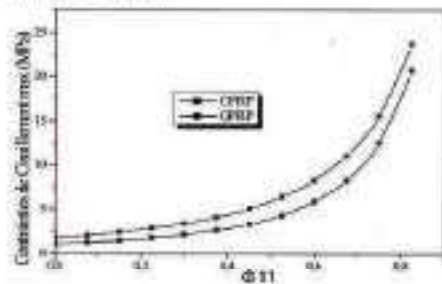


Figure 4 : Effet de l'endommagement sur les contraintes de cisaillement maximales pour une poutre en béton armé renforcée en flexion par des plaques en CFRP ou GFRP (014)S.

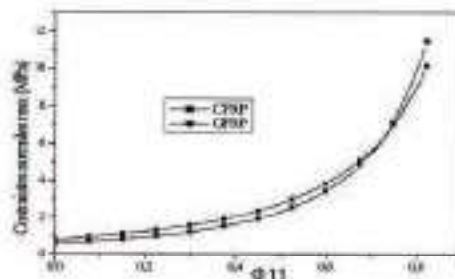


Figure 5 : Effet de l'endommagement sur les contraintes normales maximales pour une poutre en béton armé renforcée en flexion par des plaques en CFRP ou GFRP (014)S.

## 7. 2. Effet de l'épaisseur de la plaque de renforcement

Dans la figure 6, on présente la variation des contraintes maximales en fonction de l'épaisseur de la plaque de renforcement. Les valeurs des variables d'endommagement utilisées sont données comme suit :  $\phi_{22} = 0,12048$  et  $\phi_1 = 3\phi_{22}$  ce qui correspond au pic de la contrainte du béton ( $\epsilon_s = \epsilon_y$  dans l'équation 3).

La figure 6 montre clairement la proportionnalité qui existe entre les deux paramètres précités. On montre l'avantage de l'utilisation des matériaux composites comme moyen de renforcement au profit des tôles en acier vu que les premiers ne nécessitent qu'une

faible épaisseur d'où une faible concentration des contraintes.

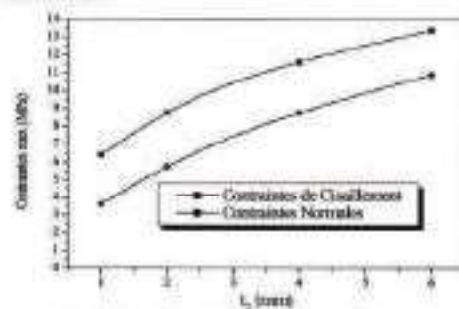


Figure 6 : Effet de l'épaisseur de la plaque de renforcement sur les contraintes d'interface maximales.

## 7. 3. Effet de la longueur de la zone d'endommagement (DA)

L'influence de la longueur de la zone d'endommagement sur les contraintes d'interface maximales est présentée sur les figures 7 et 8. L'intervalle des longueurs DA examinées se situe entre 600 et 2400 mm et cela pour les deux types de renforts utilisés.

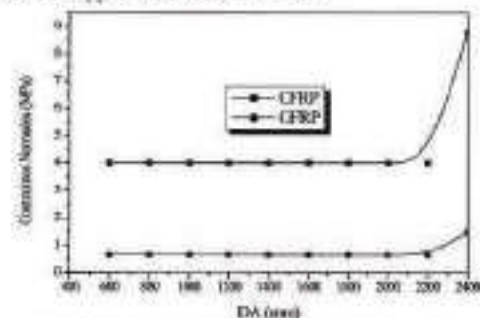


Figure 7 : Effet de la longueur de la zone d'endommagement sur les contraintes normales maximales.

Ces figures montrent que, lorsque la longueur de la zone endommagée reste inférieure à celle de la plaque de renforcement ( $DA < L_p$ ), les contraintes d'interface maximales demeurent constantes. Mais, lorsque les deux longueurs deviennent égales ( $DA = L_p$ ) ces contraintes se voient amplifiées. Par conséquent, il est recommandé d'utiliser des plaques de renforcement

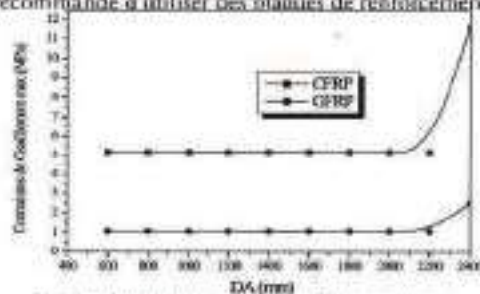


Figure 8 : Effet de la longueur de la zone d'endommagement sur les contraintes de cisaillement maximales.



## 8. Conclusion

L'endommagement d'une zone de poutre en béton armé entraîne une chute considérable de son module de Young qui a pour conséquence une redistribution des contraintes au niveau de l'interface. Tant que la zone endommagée n'atteint pas la longueur totale de la plaque de renforcement, les valeurs des contraintes d'interface maximales restent constantes. Mais, une fois que la zone d'endommagement atteint les bords de la plaque de renforcement ces valeurs se voient doublées soulignant l'effet majeur de l'endommagement du béton sur ces contraintes.

## 9. Références bibliographiques

- [1] Benyoucef S., Tounsi A., Meftah S.A., Adda Bedia E.A. Approximate analysis of the interfacial stress concentrations in FRP – RC hybrid beams. *Composite Interfaces* 2006; 13(7):561 – 71.
- [2] Berthelot J.M., "Matériaux Composites – Comportement mécanique et analyse des structures". Deuxième édition, Masson 1996.
- [3] El-Mihilmy M.T., Tedesco J.W., "Analysis of reinforced concrete beams strengthened with FRP laminates" *J Struct Eng* 126(6) :684–91, 2000.
- [4] Djelal C., David E., Buyle Bodin F., Gicquel Y. « renforcement des poutres en béton armé à l'aide de lamelles composites : étude expérimentale – prédimensionnement » annales du bâtiment et des travaux publics février 1998, 39-47.
- [5] Malek M., Saadatmanesh H., and Ehsani M.R. "Prediction of failure load of R/C beams strengthened with FRP plate due to stress concentration at the plate end" *ACI Structural Journal* 95(2), 142 – 152, 1998.
- [6] Roberts T.M. "Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in adhesive layer of plated RC beams" *The Struct Engr* 67(12): 229 – 233, 1989.
- [7] Roberts, T.M., Haji – Kazemi H. "A theoretical study of the behaviour of reinforced concrete beams strengthened by external ly bonded steel plates" *Proc. Institution of Civil Engineers Part 2*, 87: 39 – 55, 1989.
- [8] Sharif A., Al Solaimani G.J., Basunbul I.A., Baluch M.H. and Ghaleb B.N., "Strengthening of initially loaded reinforced concrete beams using FRP plates". *ACI Structural Journal*, 91(2), 160-168, 1994.
- [9] Shen H.S., Teng J.G. and Yang J., "Interfacial stresses in beams and slabs bonded with a thin plate". *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 127 (4), 399 – 406, 2001.
- [10] Smith S.T. and Teng J.G. "Interfacial stresses in plated RC beams" *Engineering Structures* 23(7): 857 – 871, 2001.
- [11] Triantafillou T.C., "Composites: a new possibility for the shear strengthening of concrete, masonry and wood" *Composite Sciences and Technology* 58: 1285 – 1295, 1998.
- [12] Taljsten B. "Strengthening of beams by plate bonding" *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE 9(4), 206 – 212, 1997.
- [13] Tounsi A. Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate. *Inter J Solids and Structures* 2006; 43:4154 –74.
- [14] Tounsi A., Benyoucef S., Interfacial stresses in externally FRP – plated concrete beams. *Inter J Adhesion & Adhesives* 2007; 27:207 –15.
- [15] Voyiadjis G.Z., Kattan P.I. "A plasticity – damage theory for large deformation of solids – I. Theoretical formulation" *International Journal of Engineering Sciences* 30: 1089 – 1108, 1992.
- [16] Wu Z. Y., "Etude expérimentale du comportement des poutres courtes en béton armé pré-fissurées et renforcées par matériaux composites sous chargement statique et de fatigue". Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2004.
- [17] Yu T.Q., Miao X.S., Xiong J.M., Jiang H., Lee H. "An orthotropic damage model for concrete at different temperatures" *Engineering Fracture Mechanics* 32: 775 – 786, 1989.